

## Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

### Door de top

#### 1 maximumscore 4

- De afgeleide van  $2\left(\frac{1}{3}x-1\right)^3$  is  $3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2\left(\frac{1}{3}x-1\right)^2$  1
- $f'(x) = 2\left(\frac{1}{3}x-1\right)^2 - \frac{1}{2}$  1
- $\left(\frac{1}{3}x-1\right)^2 = \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 1$  1
- $f'(x) = \frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 2 - \frac{1}{2} = \frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 1\frac{1}{2}$  1

#### 2 maximumscore 6

- De vergelijking  $f'(x) = \frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 1\frac{1}{2} = 0$  moet opgelost worden 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking exact opgelost kan worden 1
- Hieruit volgt  $x_A = 1\frac{1}{2}$  ( $x = 4\frac{1}{2}$  hoort bij de rechter top) 1
- $y_A = f\left(1\frac{1}{2}\right) = 2$  1
- Er moet dus gelden  $\left(1\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{10} \cdot 1\frac{1}{2} + c = 2$  1
- Dit geeft  $c = \frac{1}{5}$  1

## Bloeddruk

### 3 maximumscore 5

- $a = \left(\frac{120+60}{2}\right) = 90$  1
- $b = (120-90) = 30$  1
- $d = 1$  1
- De periode is 1,1 (seconde) 1
- $c = \frac{2\pi}{1,1}$  (of  $c = 5,7$ ) 1

*Opmerking*

*Bij het aflezen van de periode is een marge van 0,05 toegestaan.*

### 4 maximumscore 2

- $P_{\text{gem}} = P_{\text{min}} + 0,33(P_{\text{max}} - P_{\text{min}}) = P_{\text{min}} + 0,33P_{\text{max}} - 0,33P_{\text{min}} = 0,67P_{\text{min}} + 0,33P_{\text{max}}$  1
- De gevraagde factor is 2 1

### 5 maximumscore 3

- De vergelijking  $100 = 80 + (0,33 + 0,0012 \cdot H)(120 - 80)$  moet opgelost worden 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $H = 142$  1

## Een parabool en een cirkel

### 6 maximumscore 4

- $f'(x) = \frac{8}{9}x - \frac{16}{9}$  1
- $f'(0) = -\frac{16}{9}$  1
- $\tan(\alpha) = -\frac{16}{9}$  geeft  $\alpha = -60,6\dots(^{\circ})$  (dus de hoek van de raaklijn in  $D$  met de  $x$ -as is  $60,6\dots(^{\circ})$ ) 1
- De scherpe hoek die de raaklijn met de  $y$ -as maakt, is  $90 - 60,6\dots = 29,3\dots(^{\circ})$  (en daarmee kleiner dan  $30^{\circ}$ ) 1

### 7 maximumscore 8

- Beschrijven hoe de vergelijking  $\frac{4}{9}x^2 - \frac{16}{9}x - \frac{20}{9} = 0$  exact opgelost kan worden 1
- Dit geeft  $x_A = -1$  en  $x_B = 5$  1
- Een exacte toelichting waaruit volgt  $x_T = 2$  1
- $y_T = -4$  1
- Een vergelijking voor  $c$  is  $(x-2)^2 + (y+4)^2 = \text{constante}$  1
- De constante is  $(5-2)^2 + (0-4)^2 = 25$  (of  $(-1-2)^2 + (0-4)^2 = 25$ ) 1
- ( $x=0$  invullen geeft)  $(0-2)^2 + (y+4)^2 = 25$  1
- Dit geeft  $y = -4 - \sqrt{21}$  of  $y = -4 + \sqrt{21}$  1

of

- Beschrijven hoe de vergelijking  $\frac{4}{9}x^2 - \frac{16}{9}x - \frac{20}{9} = 0$  exact opgelost kan worden 1
- Dit geeft  $x_A = -1$  en  $x_B = 5$  1
- Een exacte toelichting waaruit volgt  $x_T = 2$  1
- $y_T = -4$  1
- De straal van  $c$  is  $\sqrt{(5-2)^2 + (0-4)^2} = 5$  (of  $\sqrt{(-1-2)^2 + (0-4)^2} = 5$ ) 1
- In driehoek  $UTT'$ , waarbij  $T'$  de loodrechte projectie van  $T$  op de  $y$ -as is en  $U$  een snijpunt van  $c$  met de  $y$ -as, geldt  $TT' = 2$  en  $TU = 5$  1
- De stelling van Pythagoras toepassen in driehoek  $UTT'$  geeft  $UT' = \sqrt{21}$  1
- Dit geeft (vanwege symmetrie)  $y = -4 - \sqrt{21}$  of  $y = -4 + \sqrt{21}$  1

## Parkje in Lyon

---

**8 maximumscore 6**

- Volgens de cosinusregel geldt  $101^2 = 145^2 + 92^2 - 2 \cdot 145 \cdot 92 \cdot \cos(\angle A)$  1
- Beschrijven hoe deze vergelijking algebraïsch opgelost kan worden 1
- Hieruit volgt  $\angle A = 43,7\dots(^{\circ})$  1
- Er geldt  $\sin(43,7\dots^{\circ}) = \frac{h}{92}$ , met  $h$  de afstand vanuit  $B$  op  $AC$  1
- Hieruit volgt  $h (= 92 \cdot \sin(43,7\dots^{\circ})) = 63,5\dots(\text{m})$  1
- De gevraagde oppervlakte is  $(\frac{1}{2} \cdot 145 \cdot 63,5\dots = 4608,3\dots$  dus)  $4608 (\text{m}^2)$  1

## Dicht bij elkaar

---

**9 maximumscore 4**

- Beschrijven hoe de coördinaten van  $S$  gevonden kunnen worden 1
- De  $x$ -coördinaat van  $S$  is  $0,5\dots$  (of de  $y$ -coördinaat van  $S$  is  $1,38\dots$ ) 1
- Beschrijven hoe het minimum van  $f$  gevonden kan worden 1
- De  $x$ -coördinaat van de top van de grafiek van  $f$  is  $0,6\dots$  en dat is niet gelijk aan de  $x$ -coördinaat van  $S$  (of de  $y$ -coördinaat van de top van de grafiek van  $f$  is  $1,37\dots$  en dat is niet gelijk aan de  $y$ -coördinaat van  $S$ ) 1

**10 maximumscore 2**

- Voor grote waarden van  $x$  nadert  $\sqrt{\frac{1}{x}}$  (of  $\frac{1}{x}$ ) tot 0 1
- Dus zal  $\sqrt{x + \sqrt{\frac{1}{x}}}$  naderen tot  $\sqrt{x}$  (dus liggen de grafieken van  $f$  en  $h$  dicht bij elkaar) 1

**11 maximumscore 3**

- De vergelijking  $f(x) - h(x) = 0,01$  moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- ( $x = 49,9646\dots$ , dus)  $x \geq 49,965$  (of  $x > 49,964$ ) 1

## Bierbrouwen

### 12 maximumscore 3

- (De groeifactor per 40 minuten is)  $\frac{24,2}{4,5}$  (= 5,377...) 1
  - (De groeifactor per minuut is dan)  $\left(\frac{24,2}{4,5}\right)^{\frac{1}{40}}$  1
  - Dus de groeifactor per minuut is (1,042953..., dus) 1,04295 1
- of
- De vergelijking  $4,5 \cdot g^{40} = 24,2$  moet opgelost worden 1
  - Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
  - ( $g = 1,042953...$ , dus) de groeifactor per minuut is 1,04295 1

### 13 maximumscore 4

- Beschrijven hoe de vergelijking  $4,5 \cdot 1,043^t = 13,5$  opgelost kan worden 1
- Dit geeft  $t = 26,0...$  1
- Dus na  $26,0... + 5 = 31,0...$  (minuten) is de eerste 13,5% omgezet 1
- De tweede 13,5% duurt dan  $(60 - 31,0... =) 28,9...$  (minuten), dus het verschil is 2 (minuten) 1

### 14 maximumscore 4

- $P = 4,5 \cdot 1,043^{25}$  (= 12,8...) 1
- Dit geeft  $30 = \frac{4 \cdot 12,8... \cdot 100}{5 \cdot V}$  1
- $V = \frac{4 \cdot 12,8... \cdot 100}{5 \cdot 30}$  1
- Dit geeft  $V = 34$  (liter) 1

#### Opmerking

Als de kandidaat zowel bij vraag 14 als bij vraag 13 geen rekening heeft gehouden met het gegeven dat  $t = 0$  het moment betreft dat het bier 5 minuten heeft gekookt, hiervoor bij vraag 14 geen scorepunten in mindering brengen.

## Exponentiële functies

**15 maximumscore 3**

- $2^{x+3} = 2^{3+2\sqrt{x}}$  geeft  $x = 2\sqrt{x}$  1
  - Dus  $x^2 = 4x$  1
  - (Dit geeft  $x = 0$  of  $x = 4$  dus) de  $x$ -coördinaat van  $B$  is 4 1
- of
- $2^{x+3} = 2^{3+2\sqrt{x}}$  geeft  $x = 2\sqrt{x}$  1
  - (Uit  $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = 2\sqrt{x}$  volgt  $\sqrt{x} = 0$  of)  $\sqrt{x} = 2$  1
  - (Dit geeft  $x = 0$  of  $x = 4$  dus) de  $x$ -coördinaat van  $B$  is 4 1

**16 maximumscore 3**

- $h(x) = -\frac{1}{5} \cdot 2^{x+3}$  1
- $y_A = 8$  1
- $k(x) = -\frac{1}{5} \cdot 2^{x+3} + 8$  (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

**17 maximumscore 2**

- $-3 + {}^2\log(40) = {}^2\log(2^{-3}) + {}^2\log(40)$  1
  - ${}^2\log(2^{-3}) + {}^2\log(40) = {}^2\log(2^{-3} \cdot 40) = {}^2\log(5)$  (dus  $p = 5$ ) 1
- of
- $-3 + {}^2\log(40) = -3 + {}^2\log(8 \cdot 5) = -3 + {}^2\log(8) + {}^2\log(5)$  1
  - $-3 + {}^2\log(8) + {}^2\log(5) = -3 + 3 + {}^2\log(5) = {}^2\log(5)$  (dus  $p = 5$ ) 1

## Vierdegraadsfunctie

### 18 maximumscore 4

- $f'(x) = 4x^3 - 6x$  1
- Uit  $f'(x) = 0$  volgt  $x(4x^2 - 6) = 0$  1
- Dit geeft  $x^2 = \frac{3}{2}$  (of  $x = 0$ ) (dus  $x = -\sqrt{\frac{3}{2}}$  of  $x = \sqrt{\frac{3}{2}}$ ) 1
- Het minimum van  $f$  is  $\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{3}{2} + 2 = -\frac{1}{4}$  (of bijvoorbeeld  $f\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) = -\frac{1}{4}$ ) 1

### 19 maximumscore 6

- (Uit  $f(x) = 0$  volgt)  $x^2 = 2$  of  $x^2 = 1$  1
- De  $x$ -coördinaat van  $A$  is  $x = -\sqrt{2}$  (of  $-1,414\dots$ ) en de  $x$ -coördinaat van  $C$  is  $x = 1$  1
- De  $y$ -coördinaat van  $T$  is  $f(0) = 2$  1
- (In driehoek  $OTA$  is  $OA = \sqrt{2}$  en  $OT = 2$ , dus)  $\tan(\angle OTA) = \frac{\sqrt{2}}{2}$  (of  $0,707\dots$ ) en (in driehoek  $OCT$  is  $OC = 1$  en  $OT = 2$ , dus)  $\tan(\angle OTC) = \frac{1}{2}$  1
- Dit geeft  $\angle OTA = 35,26\dots(^{\circ})$  en  $\angle OTC = 26,56\dots(^{\circ})$  1
- De gevraagde hoek is  $(35,26\dots + 26,56\dots) = 61,8(^{\circ})$  1

of

- (Uit  $f(x) = 0$  volgt)  $x^2 = 2$  of  $x^2 = 1$  1
- De  $x$ -coördinaat van  $A$  is  $x = -\sqrt{2}$  (of  $-1,414\dots$ ) en de  $x$ -coördinaat van  $C$  is  $x = 1$  1
- De  $y$ -coördinaat van  $T$  is  $f(0) = 2$  1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door  $A$  en  $T$  is  $\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$  (of  $1,414\dots$ )  
en de richtingscoëfficiënt van de lijn door  $C$  en  $T$  is  $-\frac{2}{1} = -2$  1
- ( $\tan(\alpha) = \sqrt{2}$  dus) de hoek die de lijn door  $A$  en  $T$  met de  $x$ -as maakt is  $54,73\dots(^{\circ})$  en ( $\tan(\beta) = -2$  dus) de hoek die de lijn door  $C$  en  $T$  met de  $x$ -as maakt is  $(-63,43\dots(^{\circ}))$  1
- De gevraagde hoek is  $(180 - 54,73\dots - 63,43\dots) = 61,8(^{\circ})$  1

of



Vraag	Antwoord	Scores
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• (Uit <math>f(x)=0</math> volgt) <math>x^2 = 2</math> of <math>x^2 = 1</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• De <math>x</math>-coördinaat van <math>A</math> is <math>x = -\sqrt{2}</math> (of <math>-1,414\dots</math>) en de <math>x</math>-coördinaat van <math>C</math> is <math>x = 1</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• De <math>y</math>-coördinaat van <math>T</math> is <math>f(0) = 2</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>AC(=1 - (-\sqrt{2})) = 1 + \sqrt{2}</math> (of <math>2,414\dots</math>), <math>AT(= \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2}) = \sqrt{6}</math> (of <math>2,449\dots</math>) en <math>CT(= \sqrt{2^2 + 1^2}) = \sqrt{5}</math> (of <math>2,236\dots</math>)</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• (Het gebruik van de cosinusregel geeft)  <math>(1 + \sqrt{2})^2 = 5 + 6 - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{6} \cdot \cos(\angle ATC)</math> (of  <math>2,414\dots^2 = 5 + 6 - 2 \cdot 2,236\dots \cdot 2,449\dots \cdot \cos(\angle ATC)</math>)</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dit geeft <math>\cos(\angle ATC) = \frac{(1 + \sqrt{2})^2 - 11}{-2\sqrt{5} \cdot \sqrt{6}}</math> (of  <math>\cos(\angle ATC) = \frac{2,414\dots^2 - 11}{-2 \cdot 2,236\dots \cdot 2,449\dots} = 0,472\dots</math>),  dus de gevraagde hoek is <math>61,8(^{\circ})</math></li> </ul>	1

## Bronvermeldingen

---

alle figuren      Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling, 2024